

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.О.09
(индекс дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математическое и компьютерное моделирование динамических систем

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)
Искусственный интеллект и машинное обучение в беспилотных мобильных системах и
комплексах

Форма обучения: очная

Год набора: 2026

Общая трудоемкость: ЗЕТ 6

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр	2	Итого
	экзамен	
Вид занятий	Форма контроля	
Лекции	16	16
Лабораторные		
Практические	32	32
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,35	0,35
Контактная работа	48,35	48,35
Самостоятельная работа	132,00	132,00
Контроль	35,65	35,65
Итого	216	216

Рабочую программу составил(и):

Профессор института цифровых технологий, доцент, д.ф.-м.н. Сафронов А.И.

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рецензирование рабочей программы дисциплины:



Отсутствует



Рецензент

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Срок действия рабочей программы дисциплины до «31» августа 2028 г.

УТВЕРЖДЕНО

На заседании института цифровых технологий

(протокол заседания № 1 от «05» сентября 2025 г.).

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование у магистрантов углубленных профессиональных знаний в области теории динамических систем.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина:
Машинное обучение и нейронные сети

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Информационные системы и безопасность в системах искусственного интеллекта

3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3; Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Демонстрирует знания методов и принципов математического моделирования	Знать: знает существующие математические модели и об их применения и модификации для решения задач профессиональной деятельности Уметь: применять существующие математические модели при решении задач в профессиональной деятельности Владеть: существующими математическими моделями для решения задач профессиональной деятельности
	ОПК-3.2. Умеет разрабатывать математические модели и применять их для анализа и решения задач профессиональной деятельности	Знать: об осуществлении выбора математических моделей и необходимости их модификации для решения профессиональных задач Уметь: осуществлять выбор математических моделей и их модифицировать для решения профессиональных задач Владеть: навыками осуществления выбора математических моделей и необходимости их модификации для решения профессиональных задач

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
	ОПК-3.3. Владеет навыками анализа, интерпретации и верификации результатов математического моделирования	Знать: о применения и модификации математических моделей при решении профессиональных задач Уметь: применять и модифицировать математические модели при решении профессиональных задач Владеть: необходимыми навыками применения и модификации математических моделей при решении профессиональных задач

4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 1 Введение	Лек	Основные понятия и принципы теории динамических систем.	2	2		-	
	Лек	Способы описания эволюции динамических систем.	2	2		-	
Модуль 2 Математическое моделирование	Лек	Динамика систем в фазовом пространстве.	2	2		-	
	Лек	Нелинейные системы: локальное и глобальное поведение. Аттракторы.	2	2		-	
	Лек	Устойчивость динамических систем. Устойчивость по Ляпунову.	2	2		-	
	Лек	Структурные изменения и управляющие параметры. Диссипативные системы и турбулентность.	2	2		-	
	Лек	Зависимость решений от параметров. Бифуркации.	2	2		-	
	Лек	Хаотическая динамика. Детерминированный хаос.	2	2		-	
	Пр	Проведение вычислений в Mathcad по сложным формулам	2	4		-	
	Пр	Исследование динамики систем и решение задач оптимизации	2	4		-	
	Пр	Решение задач с использованием матричных операций	2	4		-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр	Решение задач с использованием дифференциальных уравнений	2	4		-	
	Пр	Решение задач интерполяции многочленами	2	4		-	
	Пр	Решение задач интерполяции сплайнами	2	4		-	
	Пр	Решение волнового уравнения	2	4		-	
	Пр	Моделирование странного аттрактора Лоренца	2	4		-	
	Сам		2	132			
	ПА		2	0,65			
	Контроль	Экзамен	2	34,65			
	Итого:			216			

5. Образовательные технологии

При изучении дисциплины используются следующие образовательные технологии:

- технологии традиционного обучения в форме лекций, практических работ и самостоятельной работы студентов;

6. Методические указания по освоению дисциплины

В организации работы студентов очной формы обучения над изучением учебного курса «Математическое и компьютерное моделирование динамических систем» важное место принадлежит аудиторным занятиям. В них излагается общая характеристика вопросов темы.

Практические занятия проводятся по наиболее сложным теоретическим проблемам дисциплины.

На каждом последующем практическом занятии студенты, при ответе на проблемные вопросы и в ходе выполнения сложных заданий, должны использовать знания, полученные при изучении предшествующих тем. Основным источником информации при подготовке к практическим занятиям является основная и дополнительная литература.

7. Оценочные средства

7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
2	ОПК-3	<i>Практические занятия № 1-8 Вопросы к экзамену №1-60</i>

7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

7.2.1.

Практическое задание

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

1.	<p style="text-align: center;">Практическая работа</p> <p><u>Цель работы:</u></p> <p>1 Научиться решать системы дифференциальных уравнений первого порядка</p> <p>2 Освоить моделирование в хаотической динамике.</p> <p>Система уравнений Лоренца</p> <p>Теория хаоса – математический аппарат, описывающий поведение некоторых нелинейных динамических систем, подверженных при определённых условиях явлению, известному как хаос. Поведение такой системы кажется случайным, даже если модель, описывающая систему, является детерминированной.</p> <p>Примерами подобных систем являются атмосфера, турбулентные потоки, биологические популяции, общество как система коммуникаций и его подсистемы: экономические, политические и другие социальные системы. Их изучение, наряду с аналитическим исследованием имеющихся рекуррентных соотношений, обычно сопровождается математическим моделированием, эффект Коновала – распределение частот выпадения положительных результатов, или принятия правильных решений.</p>
----	--

Теория хаоса – область исследований, связывающая математику и физику.

Динамическая система, процессы в которой характеризуются странным аттрактором, является хаотической системой. Динамическая система хаотична тогда и только тогда, когда у нее существует незамкнутая фазовая траектория. В отличие от устойчивой динамической системы определить состояние хаотической системы по заданным значениям времени и начальных условий невозможно.

Приведем примеры моделей хаотических систем.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= y + mx - xz, \\ 1. \quad \frac{dy}{dt} &= -x, \\ \frac{dz}{dt} &= -gz - gq(x)x^2 \end{aligned}$$

(7.1)

где $q(x) = 0$ при $x \geq 0$ и $q(x) = 1$ при $x \leq 0$.

2. Система уравнений Лоренца – трехмерная система нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка вида:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -s x_1 + s x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_1 x_3 + r x_1 - x_2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 x_2 - b x_3 \end{aligned}$$

(7.2)

В ней s, b, r – параметры. Эта система возникла в задаче о моделировании конвективного течения жидкости, подогреваемой снизу. Такое течение описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных. Система (7.2) получается из нее проектированием на специальное трехмерное подпространство.

В результате численного интегрирования системы (7.2) Э. Лоренц обнаружил, что при $s = 10, b = 8/3, r = 28$ у этой динамической системы, с одной стороны, наблюдается хаотическое, нерегулярное поведение всех траекторий и все траектории притягиваются к аттрактору рис. 1. На рис. 2 приведена зависимость x_1 от времени.

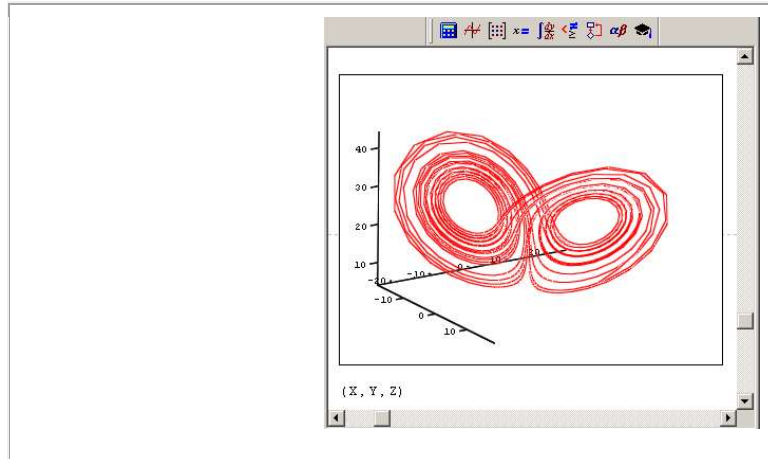


Рис. 1. Пример странного аттрактора (для задачи Лоренца)

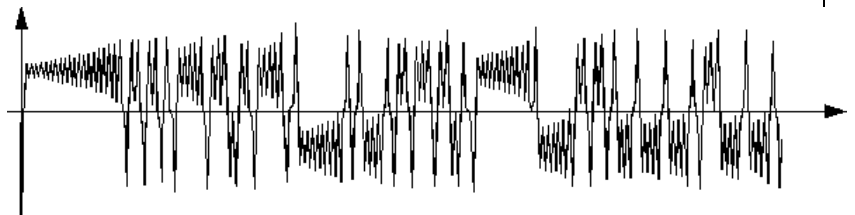


Рис. 2. Хаотические колебания (зависимость переменной x_1 от времени в задаче Лоренца)

7.3.Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.3.1. Вопросы к аттестации

Семестр _____ 2 _____

№ п/п	Вопросы к экзамену
1.	Линейная динамическая система.
2.	Нелинейная динамическая система.
3.	Анализ динамических систем.
4.	Теория устойчивости Ляпунова.
5.	Регулярные аттракторы диссипативных динамических систем
6.	Динамические системы и их бифуркации.
7.	Что такое хаотическая динамика.
8.	Нерегулярные аттракторы диссипативных динамических систем
9.	Бифуркации нерегулярных аттракторов диссипативных динамических систем
10.	Странные аттракторы
11.	Хаотические аттракторы
12.	Стохастические аттракторы
13.	Понятие сингулярного аттрактора
14.	Классический геометрический подход к объяснению явления динамического хаоса.
15.	Примеры хаотических систем.
16.	Типы эволюционных моделей
17.	Уравнения эволюции динамических систем
18.	Граничные условия уравнений эволюции динамических систем
19.	Интегрирование линейных уравнений второго порядка
20.	Интегрирование нелинейных уравнений второго порядка
21.	Типы динамических систем.
22.	Динамика в фазовой плоскости.
23.	Фазовые портреты консервативных систем
24.	Линейные системы: фазовые портреты и качественная эквивалентность
25.	Нелинейные системы: локальное и глобальное поведение
26.	Устойчивость и неустойчивость. Типы устойчивости.
27.	Исследование периодического движения на устойчивость
28.	Показатели Ляпунова и классификация аттракторов
29.	Прямой метод (функция) Ляпунова
30.	Функциональное пространство динамической системы
31.	Структурные изменения и управляющие параметры
32.	Диссипативные системы и турбулентность
33.	Понятие турбулентности
34.	Математические модели странных аттракторов
35.	Дискретные отображения

36.	Квадратичное отображение
37.	Бифуркации удвоения периода
38.	Хаос и перемежаемость
39.	Многомерные дискретные отображения
40.	Дискретные отображения с шумом
41.	Параметры порядка
42.	Принцип подчинения
43.	Динамика гамильтоновых систем
44.	Формализм Лагранжа
45.	Формализм Гамильтона
46.	Гамильтоновы системы и их фазовое пространство
47.	Примеры простейших консервативных систем
48.	Интегрируемые консервативные системы
49.	Хаос в гамильтоновых системах
50.	Сохраняющие площадь отображения
51.	Возмущение интегрируемого гамильтониана
52.	Возмущение периодических движений
53.	Статистические понятия сильно хаотических систем
54.	Периодическая структура эллиптических функций
55.	Уравнение маятника
56.	Отображение Пуанкаре
57.	Фазовый портрет маятника
58.	Интегрирование в квадратурах
59.	Сведение к системам меньшей размерности
60.	Понятие системы

7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
2	Экзамен (устно)	«отлично»	ставится студенту на экзамене, если он исчерпывающе и грамотно дал ответы на вопросы экзаменационного билета по дисциплине или при ответе допустил небольшую неточность на 1 вопрос, но при этом смог грамотно ответить на дополнительные вопросы
		«хорошо»	ставится студенту на экзамене, если он исчерпывающе и грамотно дал ответ на 1 вопрос экзаменационного билета, а на другой только тезисные высказывания или допустил небольшие неточности при

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
			ответе на вопросы экзаменационного билета и дал краткие ответы на дополнительные вопросы
		«удовлетворительно»	ставится студенту на экзамене, если он не смог дать ответ на один из вопросов экзаменационного билета или ответил на все вопросы, но при этом ответы содержали только тезисные высказывания
		«неудовлетворительно»	ставится студенту на экзамене, если он не дал ответ на вопросы экзаменационного билета или в ответе содержались фундаментальные ошибки

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Каданцев В.Н.	Устойчивость и эволюция динамических систем. [Электронный ресурс]: учебное пособие. Ч. 1. Основы синергетики. / В.Н. Каданцев. - Саратов: Вузовское образование, 2013.— 205 с	Учебное пособие	2013	ЭБС «IPRbooks»
2	Каданцев В.Н.	Устойчивость и эволюция динамических систем. [Электронный ресурс]: учебное пособие. Ч. 2. Основы синергетики / В.Н. Каданцев. - Саратов: Вузовское образование, 2013.— 210 с.	Учебное пособие	2013	ЭБС «IPRbooks»

8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	С.В.Поршнев	Компьютерное моделирование физических процессов в пакете Matlab	Учебное пособие для слушателей eMBI	2003	ЭБС «IPRbooks»

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	Windows XP	Бессрочные
2	Microsoft office 13	№61935138 от 28.05.2012 (бессрочный)

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Компьютерный класс УЛК-314	Стол ученический-26 шт., стол преподавательский-1 шт., стулья-28 шт., доска аудиторная (меловая)-1шт., компьютер с выходом в сеть интернет- 17 шт.
2	Класс для самостоятельной работы Г-401	Стол ученический-26 шт., стул-26 шт., компьютер с выходом в сеть интернет- 16 шт.